

-Eesti LXV matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
30.novembril 2017.a. Tallinnas
XI klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Tallinna loomaaeda imporditakse uusi loomi, nendeks on laamad, lõvid ja jõehobud. Iga uus loom vajab teatavat ruumi. Laama vajab $15 m^2$, lõvi vajab $21 m^2$ ja jõehobu vajab $25 m^2$. Kogu uuest ruumist võtavad laamad enda alla 40%, lõvid 35% ja jõehobud 25%. Kui suure protsendi imporditud loomadest moodustavad laamad?

2. Lahenda võrratuste süsteem

$$\begin{cases} x^3 - 3 \geq x(x - 3) \\ 4x^3 + 1 \leq x(4x + 1) \end{cases}$$

3. Leia selliste täisarvude paarid, mille summa on 2017, kusjuures üks arv on saadud teisest ühe numbriga korrutamise teel.

4. Nurga ühel haaral on võetud punkt A ja teisel haaral punkt B ning nendest punktidest on samadele haaradele tõmmatud ristsirged, mis lõikuvad esialgse nurga poolitajaga punktides C ja D . Tõesta, et lõigu CD keskpunkt on võrdsel kaugusel punktidest A ja B .

5. Kas on võimalik kuupi $5 \times 5 \times 5$ täita risttahukatega $2 \times 1 \times 1$ nii, et
 - a) keskel jääb tühjaks kuubik $1 \times 1 \times 1$;
 - b) tühjaks jääb üks suure kuubi tipu kõrval olev kuubik (vt joonis)

